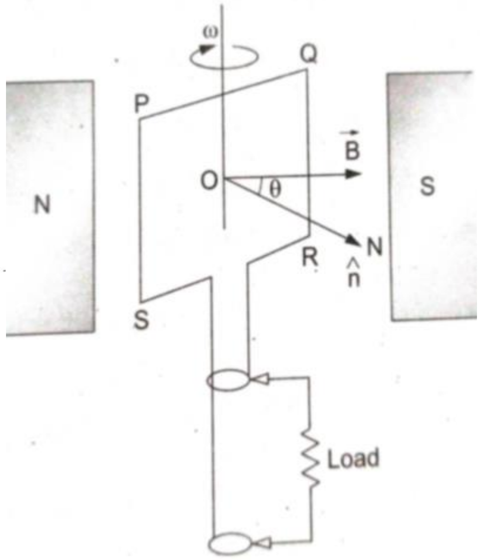
प्रत्यावर्ती धारा

• **प्रत्यावर्ती धारा:**
किसी परिपथ में प्रवाहित होनेवाली वैसी धारा को जो कुछ समय तक एक दिशा में तथा फिर उतने ही समय तक विपरीत दिशा में प्रवाहित होती है, प्रत्यावर्ती धारा कहा जाता है।

• **एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में कुंडली का घूर्णन :**

किसी परिपथ में दिष्ट धारा प्रवाहित करने के लिए बैटरी को विद्युत-वाहक बल के स्रोत के रूप में प्रयुक्त किया जाता है, लेकिन प्रत्यावर्ती धारा के लिए प्रत्यावर्ती धारा जनित्र को प्रत्यावर्ती विद्युत-वाहक बल के स्रोत के रूप में व्यवहार में लाया जाता है।



$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA\cos\theta = BA\cos\omega t$$

$$\phi = BAN\cos\omega t$$

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(BAN\cos\omega t)$$

$$e = BAN\omega\sin\omega t \quad \left(\because \frac{d}{dt}\cos\omega t = -\sin\omega t \cdot \omega\right)$$

$$\boxed{e = e_0\sin\omega t}$$

$$BAN\omega = e_0$$

$$f = \frac{1}{T} \text{ या } \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$e = e_0\sin\omega t = e_0\sin\frac{2\pi}{T}t$$

$$e = e_0\sin 2\pi f t$$

$$I = \frac{e}{R} = \frac{e_0\sin\omega t}{R}$$

$$\boxed{I = I_0 \sin \omega t}$$

प्रत्यावर्ती धारा (a.c) वह धारा है जिसके मान और दिशा समय के साथ आवर्त रूप में बदलते रहते हैं।

- प्रत्यावर्ती धारा के तात्कालिक मान, शिखर मान, औसत मान तथा आभासी या वर्ग - माध्य - मूल मान :

- प्रत्यावर्ती धारा के तात्कालिक तथा शिखर मान :

$$I = I_0 \sin \omega t = I_0 \sin 2\pi f t$$

- प्रत्यावर्ती धारा का औसत या माध्य मान :

एक अर्धचक्र के लिए औसत या माध्य धारा का मान निम्नलिखित प्रकार से प्राप्त किया जाता है—

$$I = I_0 \sin \omega t$$

$$I_{avg} = \frac{\int_0^{T/2} I\,dt}{\int_0^{T/2} dt} = \frac{1}{\frac{T}{2}} \int_0^{T/2} I_0 \sin \omega t\, dt = \frac{2I_0}{T}\left[-\frac{\cos \omega t}{\omega}\right]_0^{T/2}$$

$$I_{avg} = \frac{2I_0}{T\omega}\left[\cos \omega t\right]_{T/2}^{0} = \frac{2I_0}{T.\frac{2\pi}{T}}\left[\cos \omega \times 0 - \cos \frac{2\pi}{T}.\frac{T}{2}\right]$$

$$I_{avg} = \frac{I_0}{\pi}\left[\cos 0 - \cos \pi\right] = \frac{I_0}{\pi}\left[1-(-1)\right] = \frac{2I_0}{\pi}$$

$$\boxed{I_{avg} = 0.637 I_0}$$

- आभासी या वर्ग - माध्य - मूल धारा :

$$\boxed{I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0.707 I_0}$$

$$I = I_0 \sin \omega t$$

$$I^2 = I_0^2 \sin^2 \omega t = \frac{I_0^2}{2}(1-\cos 2\omega t)$$

$$I^2_{avg} = \frac{\int_0^T I^2 dt}{\int_0^T dt} = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{I_0^2}{2}(1-\cos 2\omega t)dt$$

$$I^2_{avg} = \frac{I_0^2}{2T}\left[\int_0^T dt - \int_0^T \cos 2\omega t\, dt\right] = \frac{I_0^2}{2T}\left[T - \left(\frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right)_0^T\right]$$

$$I^2_{avg} = \frac{I_0^2}{2T}\left[T - \frac{1}{2\omega}(\sin 2\omega T - \sin 0)\right]$$

$$I^2_{avg} = \frac{I_0^2}{2T}\left[T - \frac{1}{2\omega}\left(\sin 2T\times\frac{2\pi}{T}\right)\right]$$

$$I^2_{avg} = \frac{I_0^2}{2T}\left[T - \frac{1}{2\omega}\sin 4\pi\right] = \frac{I_0^2}{2T}\cdot T$$

$$I^2_{avg} = \frac{I_0^2}{2}$$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{I_0^2}{2}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

$$I_{rms} = 0.707\, I_0$$

आभासी धारा या वर्ग - माध्य - मूल धारा $=$ $\frac{\text{शिखर धारा}}{\sqrt{2}}$

$$\epsilon_{rms} = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\epsilon_0$$

$$\epsilon_{rms} = 0.707\,\epsilon_0$$

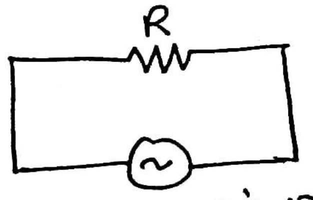
आभासी विद्युत -वाहक बल या वर्ग - माध्य - मूल विद्युत-वाहक बल

$= \frac{\text{शिखर विद्युत-वाहक बल}}{\sqrt{2}}$

- प्रत्यावर्ती धारा के अभिलाक्षणिक गुणधर्म:
  - प्रत्यावर्ती धारा - संबंधी मोटर या अन्य परिसाधन वैद्युत या यांत्रिक रूप से सुगम होते हैं। उन्हें चलने में अधिक ध्यान देने की जरूरत नहीं पड़ती।
  - प्रत्यावर्ती धारा का व्यवहार अधिक खतरनाक है। प्रत्यावर्ती धारा का अधिकतम वोल्टेज सार्थक वोल्टेज से कहीं अधिक होता है, जिसके फलस्वरूप प्रत्यावर्ती धारा अत्यंत खतरनाक होती है।

- **प्रत्यावर्ती धारा परिपथ:**
- केवल प्रतिरोधयुक्त प्रत्यावर्ती धारा का परिपथ:

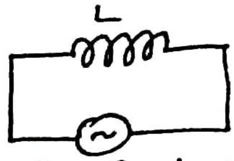
$$I = \frac{\epsilon}{R} = \frac{\epsilon_0 \sin \omega t}{R} = I_0 \sin \omega t$$



$\epsilon = \epsilon_0 \sin \omega t$

- **केवल प्रेरकत्वयुक्त प्रत्यावर्ती धारा का परिपथ:**

परिपथ में उस क्षण प्रभावी विद्युत-वाहक बल $= \epsilon + \left(-L\frac{dI}{dt}\right) = \epsilon - L\frac{dI}{dt}$



$\epsilon = \epsilon_0 \sin \omega t$

$$\epsilon - L\frac{dI}{dt} = 0$$ (चुँकि प्रेरकत्व का प्रतिरोध शून्य माना गया है।)

$$\epsilon = L\frac{dI}{dt}$$

$$\epsilon_0 \sin \omega t = L\frac{dI}{dt} \Rightarrow dI = \frac{\epsilon_0}{L} \sin \omega t \, dt$$

$$\int dI = \int \frac{\epsilon_0}{L} \sin \omega t \, dt$$

$$I = -\frac{\epsilon_0}{\omega L} \cos \omega t = \frac{\epsilon_0}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

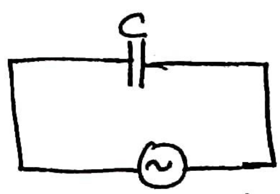
$$I = I_0 \left(\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)\right)$$

$$I_0 = \frac{\epsilon_0}{\omega L}$$

प्रेरणिक प्रतिघात → $\boxed{X_L = \omega L = 2\pi f L}$

- **केवल संधारित्रयुक्त प्रत्यावर्ती धारा का परिपथ:**

$$\epsilon - \frac{q}{C} = RI = 0$$



$\epsilon = \epsilon_0 \sin \omega t$

$$q = \epsilon C = C\epsilon_0 \sin \omega t$$

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(C\epsilon_0 \sin \omega t)$$

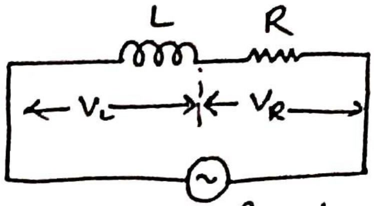
$$I = C\epsilon_0 \omega \cos \omega t = \frac{\epsilon_0}{\left(\frac{1}{\omega C}\right)} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$I = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$I_0 = \frac{\epsilon_0}{\left(\frac{1}{\omega C}\right)}$$

धारितीय प्रतिघात — $\boxed{X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}}$

- R तथा L युक्त प्रत्यावर्ती धारा का परिपथ —



$\epsilon = \epsilon_0 \sin\omega t$

$$\epsilon^2 = V_R^2 + V_L^2 = (IR)^2 + (IX_L)^2 = I^2(R^2 + X_L^2)$$

$$I = \frac{\epsilon}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$$

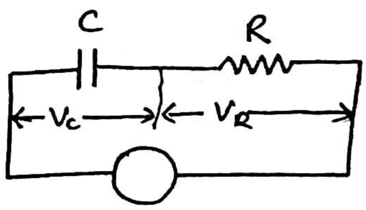
$$I_0 = \frac{\epsilon_0}{Z} = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 X_L^2}}$$

$$I = I_0 \sin(\omega t - \theta) = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \sin(\omega t - \theta)$$

$$\tan\theta = \frac{V_L}{V_R} = \frac{IX_L}{IR} = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega L}{R}$$

$$\tan\theta = \frac{\omega L}{R} = \frac{2\pi f L}{R}$$

- प्रतिरोध R तथा धारिता C युक्त प्रत्यावर्ती धारा का परिपथ —



$$\epsilon^2 = V_R^2 + V_C^2 = (IR^2) + (IX_C)^2 = I^2(R^2 + X_C^2)$$

$$I = \frac{\epsilon}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

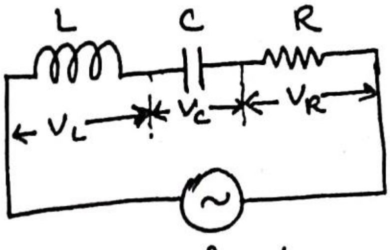
$$I_0 = \frac{\epsilon_0}{Z} = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}$$ या $I = I_0 \sin(\omega t + \theta)$

$$I = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \sin(\omega t + \theta)$$

$$\tan\theta = \frac{V_C}{V_R} = \frac{IX_C}{IR} = \frac{X_C}{R} = \frac{1/\omega C}{R}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{\omega C R} = \frac{1}{2\pi f C R}$$

• L, C तथा R युक्त प्रत्यावर्ती धारा का परिपथ —



$\epsilon = \epsilon_0 \sin\omega t$

$$\epsilon^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2 = (IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2$$

$$\epsilon^2 = I^2(R^2 + (X_L - X_C)^2)$$

$$I = \frac{e}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

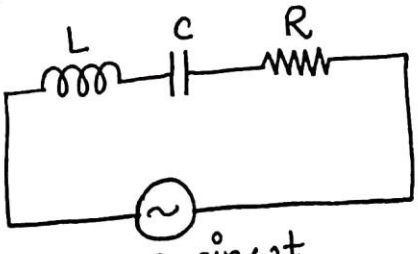
$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$I = I_0 \sin(\omega t - \theta) = \frac{\epsilon_0 \sin(\omega t - \theta)}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\tan\theta = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{IX_L - IX_C}{IR} = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$\tan\theta = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

• **विद्युत - अनुनाद :**



$e = e_0 \sin\omega t$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Z का मान न्यूनतम होता है,

जब $X_L - X_C = 0 \Rightarrow X_L = X_C$

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

• **गुणवत्ता गुणक या Q - गुणक :**

$V = V_0 \sin\omega t$ तथा $I = I_0 \sin(\omega t \pm \theta)$

$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$P = I_v V_v \cdot \cos\theta = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \frac{V_0}{\sqrt{2}} \cos\theta = \frac{1}{2} \frac{V_0}{Z} \cdot V_0 \cdot \frac{R}{Z}$$

$$P = \frac{1}{2} \frac{V_0^2 R}{Z^2}$$

$$P = \frac{V_0^2 R}{2\left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right]}$$

$$\boxed{P_{max} = \frac{1}{2}\frac{V_0^2}{R}}$$ (जब $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ हो तो)

$$P = \frac{1}{2}\frac{V_0^2 R^2}{R} \times \frac{1}{\left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right]}$$

$$\boxed{P = P_{max} \frac{R^2}{\left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right]}}$$

$$P = \frac{1}{2} P_{max}$$ (अर्धशक्ति बिंदु पर)

$$P_{max} \frac{R^2}{\left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right]} = \frac{1}{2} P_{max}$$

$$R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = 2R^2$$

$$\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = \pm R$$

$$\omega^2 LC - 1 = \pm R\omega C$$

$$\omega = \frac{-RC \pm \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{2LC}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{2LC}\left(\sqrt{R^2C^2 + 4LC} - RC\right)$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2LC}\left(\sqrt{R^2C^2 + 4LC} + RC\right)$$

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = \frac{1}{2LC}(2RC) = \frac{R}{L}$$

$$\boxed{\Delta\omega = \frac{R}{L}}$$

अनुनाद की तीक्ष्णता — $Q = \frac{\omega_r}{\Delta\omega}$

$$Q = \frac{1/\sqrt{LC}}{R/L} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \frac{L}{R}$$

$$\boxed{Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}}$$

- **प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में शक्ति :**

$$I = I_0 \sin \omega t$$
$$e = e_0 \sin(\omega t + \phi)$$
$$P = eI = e_0 I_0 \sin \omega t \sin(\omega t + \phi)$$
$$= e_0 I_0 \sin \omega t (\sin \omega t \cos\phi + \cos \omega t \sin \phi)$$
$$= \frac{1}{2} e_0 I_0 \left[(1 - \cos 2\omega t) \cos\phi + \sin 2\omega t \sin\phi \right]$$
$$P = \frac{1}{2} e_0 I_0 [\cos\phi - \cos(2\omega t + \phi)]$$

$$P_{av} = \frac{1}{T}\left[\int_0^T e I dt\right] = \frac{1}{2T} e_0 I_0 \int_0^T [\cos\phi - \cos(2\omega t + \phi)] dt$$
$$= \frac{1}{2} \frac{e_0 I_0}{T} \left[(\cos\phi) t - \frac{\sin(2\omega t + \phi)}{2\omega} \right]_0^T$$
$$= \frac{1}{2} \frac{e_0 I_0}{2\pi/\omega} \left[(\cos\phi) \frac{2\pi}{\omega} - \frac{\sin(4\pi + \omega)}{2\omega} + \frac{\sin\phi}{2\omega} \right] \quad \left(\because T = \frac{2\pi}{\omega}\right)$$
$$P_{av} = \frac{1}{2} \frac{e_0 I_0}{2\pi/\omega} \left[\cos\phi \frac{2\pi}{\omega} - \frac{\sin\phi}{2\omega} + \frac{\sin\phi}{2\omega} \right] \quad (\because \sin(4\pi + \phi) = \sin\phi)$$

$$P_{av} = \frac{1}{2} e_0 I_0 \cos\phi$$

$$\boxed{P_{av} = \frac{e_0}{\sqrt{2}} \frac{I_0}{\sqrt{2}} \cos\phi = e_{rms} I_{rms} \cos\phi}$$

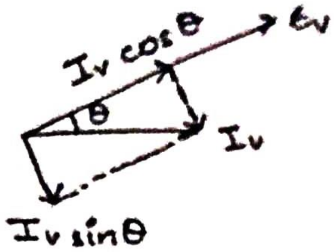
$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

- **वाटहीन धारा :**

यदि किसी प्रत्यावर्ती परिपथ में धारा प्रवाहित होने पर कोई शक्ति व्यय न हो, तो परिपथ की धारा को वाटहीन धारा कहते हैं।

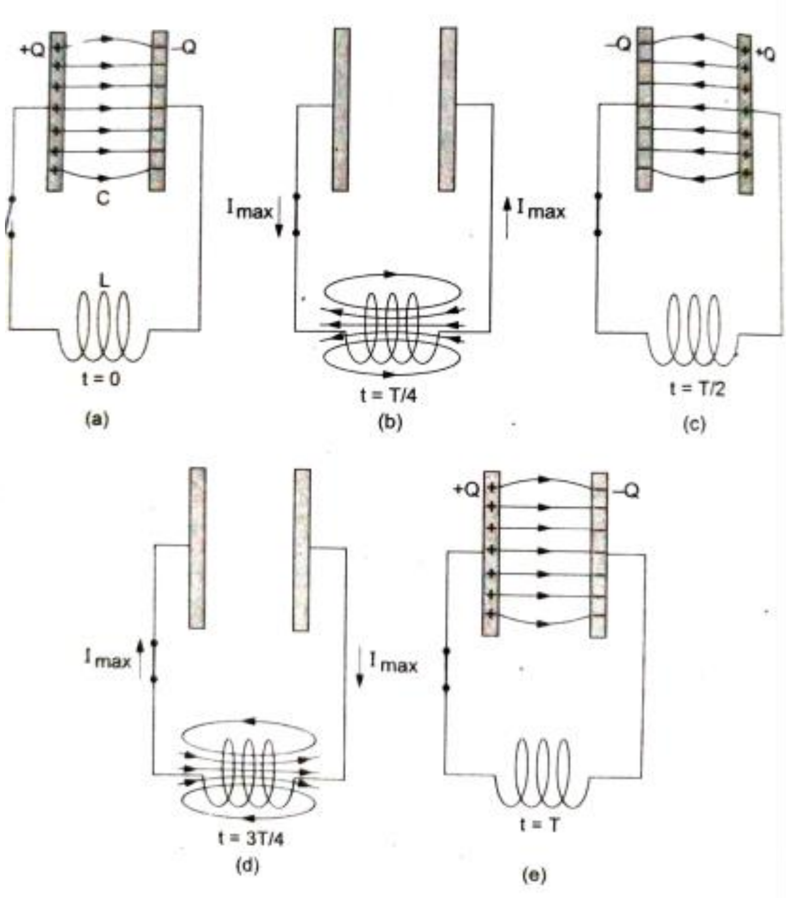
$\cos\phi = 0$ या $\phi = \frac{\pi}{2}$

$P_{av} = \epsilon_v \cdot I_v \cdot \cos\theta$



• **LC दोलन :**

$$E_{max} = \frac{Q_0^2}{2C}$$



$$\frac{Q_0^2}{2C} = \frac{1}{2} L I_{max}^2$$

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$\frac{1}{2} L I^2 + \frac{q^2}{2C} = \text{स्थिरांक}$$

$$\frac{1}{2} L\left(2I\frac{dI}{dt}\right) + \frac{1}{2C}\left(2q\frac{dq}{dt}\right) = 0$$

$$L I \frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right) + \frac{1}{C} \cdot q = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

$$x = A\cos\omega t$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$q = Q_0 \cos\omega t$$

$$I = -\frac{dq}{dt} = -\frac{d}{dt}(Q_0 \cos\omega t)$$

$$\boxed{I = +\omega Q_0 \sin\omega t}$$

- **ट्रांसफॉर्मर :**

ट्रांसफॉर्मर एक ऐसी युक्ति है जिसके द्वारा विद्युत-ऊर्जा को एक परिपथ से दूसरे परिपथ में बिना ऊर्जा-ह्रास के स्थानांतरित किया जाता है।

यह युक्ति अन्योन्य प्रेरण के सिद्धांत पर कार्य करती है।

- उच्चायी ट्रांसफॉर्मर :

निम्न वोल्टेज → उच्च वोल्टेज वाली निम्न धारा में बदला जाता है।

- अपचायी ट्रांसफॉर्मर :

उच्च वोल्टेज → निम्न वोल्टेज वाली प्रबल धारा में बदला जाता है।

→ ट्रांसफॉर्मर की रचना :

इसमें नर्म लोहे की आयताकार आकृति की पत्तियाँ होती हैं जो एक दूसरे के ऊपर रखकर पटलित क्रोड का रूप देती हैं। पटलित क्रोड अनेकों पत्तियों द्वारा ही बनाई जाती है। इससे क्रोड में भंवर धाराएँ कम उत्पन्न होती हैं और विद्युत ऊर्जा की हानि में कमी आ जाती है भंवर धाराएं क्या है इसके बारे में हम पीछे पढ़ चुके हैं।

अब इस प्रकार पतियों द्वारा दो कुंडली बनाई जाती हैं और इन कुंडलियों में से एक कुंडली में तांबे के मोटे तार के कुछ कम फेरे होते हैं। तथा दूसरी कुंडली में तांबे के तार के अधिक से लपेटे जाते हैं। इन दोनों कुंडली में से एक कुंडली को प्राथमिक कुंडली तथा दूसरी को द्वितीयक कुंडली कहते हैं।

N_p = प्राथमिक कुंडली में फेरों की संख्या

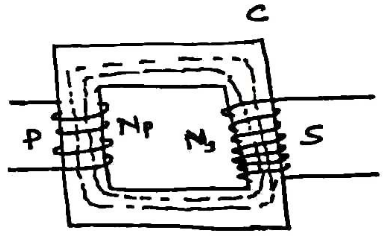
N_s = द्वितीयक कुंडली में फेरों की संख्या

ϕ = प्रत्येक फेरे से संबद्ध चुंबकीय फ्लक्स

$$e_p = -N_p \frac{d\phi}{dt} \Rightarrow I_p = \frac{V_p - N_p \frac{d\phi}{dt}}{R_p}$$

$$e_s = -N_s \frac{d\phi}{dt}$$

$$V_p = N_p \frac{d\phi}{dt}$$



$$V_s = e_s = -N_s \frac{d\phi}{dt}$$

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{-N_s \frac{d\phi}{dt}}{N_p \frac{d\phi}{dt}} = \frac{-N_s}{N_p} = r$$

$$\boxed{\frac{V_s}{V_p} = \frac{-N_s}{N_p} = r}$$

$$I_s \times V_s = I_p \times V_p$$

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p} = r$$

- **प्रत्यावर्ती धारा डायनेमो या जनित्र:**

- सिद्धांत :- जब किसी कुंडली को चुंबकीय क्षेत्र में इस प्रकार घुमाया जाता है कि कुंडली से संबद्ध चुंबकीय फ्लक्स, अर्थात कुंडली में गुजरनेवाली चुंबकीय क्षेत्र-रेखाओं की संख्या लगातार बदलती रहे तो कुंडली परिपथ में एक प्रत्यावर्ती विद्युत - वाहक बल प्रेरित हो जाता है।

$$E = BAN \sin \omega t$$

N = कुंडली में तार के फेरों की संख्या

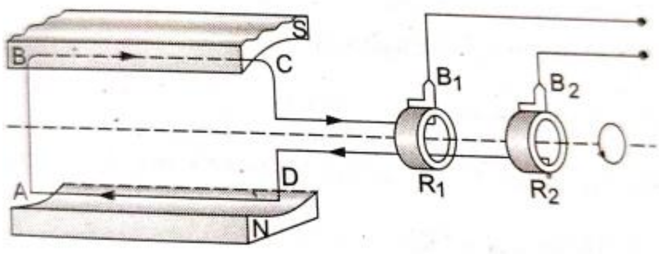
A = कुंडली का क्षेत्रफल

B = चुंबकीय क्षेत्र जिसमें कुंडली घुमाई जाती है

ω = कुंडली की कोणीय आवृत्ति

(•) बनावट :-

- **क्षेत्र चुंबक :** यह एक शक्तिशाली विद्युत-चुंबक होता है जिसे दिष्ट धारा द्वारा सक्रिय किया जाता है।



- **आर्मेचर :** यह ताँबे के तार की एक कुंडली ABCD होती है, जो नरम लोहे के बेलनाकार कोड पर विशेष विधि से लपेटकर बनाई जाती है।

- **सर्पी वलय तथा ब्रुश :** आर्मेचर की कुंडली के सिरे अलग-अलग विद्युतरोधित धातु के एक-एक वलय R_1 तथा R_2 से जुड़े रहते हैं।