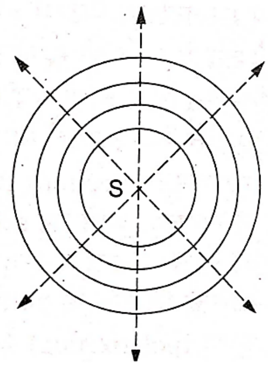
तरंग - प्रकाशिकी

• हाइगेंस का सिद्धांत:

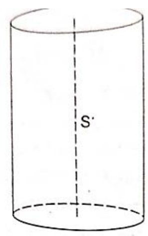
तरंग सिद्धांत को ही प्रकाश का सही सिद्धांत माना गया जिसके अनुसार, प्रकाश एक अनुप्रस्थ तरंग गति है।

• तरंगाग्र एंव किरणें:-

(•) गोलाकार तरंगाग्र - किसी बिंदुवत स्त्रोत से परिमित दूरी पर तरंगाग्र गोलाकार होते हैं जिसका केंद्र बिंदुवत स्त्रोत S होता है।

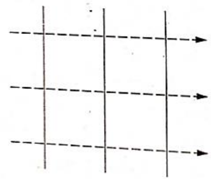


(•) बेलनाकार तरंगाग्र - यदि प्रकाश - स्त्रोत S एक बारीक रेखा-छिद्र के आकार का हो, तो उससे परिमित दूरी पर बेलनाकार तरंगाग्र उत्पन्न होंगे।



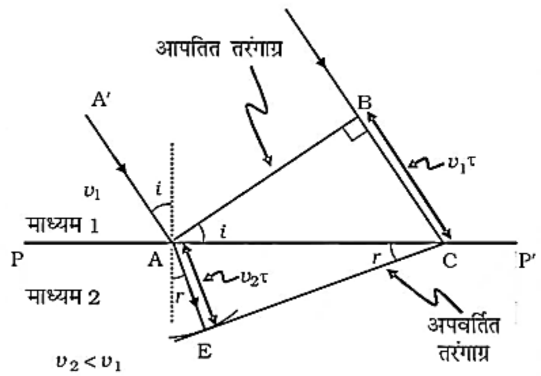
चित्र 1.2

(•) समतल तरंगाग्र - किसी बिंदुवत स्त्रोत के लिए परिमित दूरी पर तरंगाग्र गोलाकार होता है, लेकिन उससे काफी दूरी पर लिए गए तरंगाग्र की त्रिज्या बहुत बड़ी होगी और गोलिय सतह का एक छोटा भाग लगभग समतल जैसा होगा।



• हाइगेंस सिद्धांत का उपयोग करते हुए समतल तरंगो का अपवर्तन तथा परावर्तन:

• समतल तरंगो का अपवर्तन:



$$\sin i = \frac{BC}{AC} = \frac{v_1\tau}{AC}$$

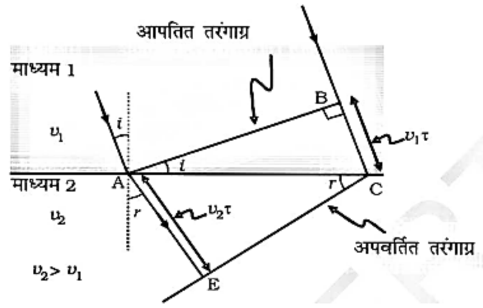
और

$$\sin r = \frac{AE}{AC} = \frac{v_2\tau}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\mu_1 = \frac{c}{v_1}$$

तथा $$\mu_2 = \frac{c}{v_2}$$



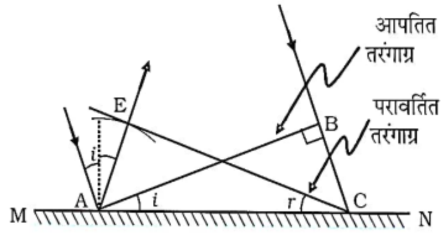
$$\mu_1 \sin i = \mu_2 \sin r$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{BC}{AE} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2}$$

(•) विरल माध्यम का अपवर्तन:

$$\sin i_c = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

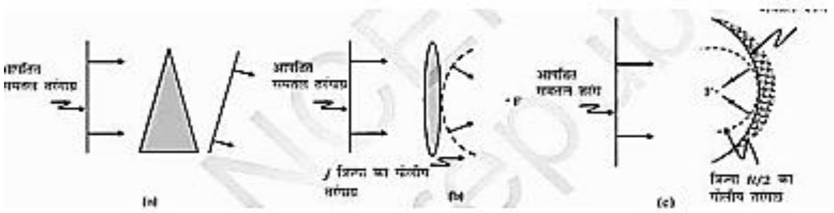


(•) समतल पृष्ठ से एक समतल तरंग परावर्तन:

$$BC = v\tau$$

$$AE = BC = v\tau$$

अब यदि हम त्रिभुजों EAC तथा BAC पर विचार करें तो हम पाएँगे कि ये सर्वांगसम हैं और इसलिए, कोण i तथा r बराबर होंगे यह परिवर्तन का नियम है।



(a) एक पतले प्रिज्म से गुज़रने वाली समतल तरंग पर विचार है।

(b) एक पतले उत्तल लेंस पर आपतित होने वाली समतल तरंग पर विचार करते हैं।

(c) एक अवतल दर्पण पर एक समतल तरंग आपतित होती है और परावर्तन पर हमें एक गोलीय तरंग प्राप्त होती है जो फोकस F पर अभिसरित होती है।

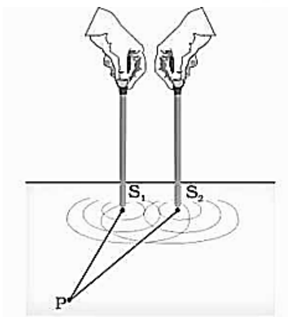
(•) डॉप्लर प्रभाव :

जब स्रोत प्रेक्षक से दूर जाता है तो प्रेक्षक द्वारा मा जाने वाली आवृत्ति में कमी होगी। यह डॉप्लर प्रभाव कहलाता है।

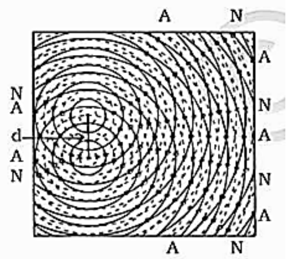
$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{v_{\text{त्रिज्य}}}{c}$$

• तरंगो का कला-संबद्ध तथा कला-असंबद्ध योग:

किसी माध्यम में एक विशिष्ट बिंदु पर अनेक तरंगों द्वारा उत्पन्न परिणामी विस्थापन उनमें से प्रत्येक तरंग के विस्थापनों का सदिश योग होता है।



(a)



(b)

$S_1P = S_2P$

s_1 पे

$y_1 = a\cos\omega t$

s_2 पे,

$y_2 = a\cos\omega t$

$y = y_1 + y_2 = 2a\cos\omega t$

$I = 4I_0$

$S_2Q - S_1Q = 2\lambda$

s_1 पे, $y_1 = a\cos\omega t$

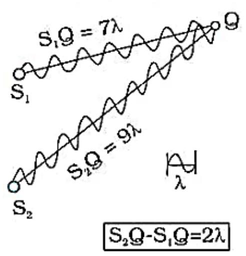
S_2 द्वारा उत्पन्न विस्थापन

$y_2 = a\cos(\omega t - 4\pi) = a\cos\omega t$

$S_2R - S_1R = -2.5\lambda$

s_1 पे, $y_1 = a\cos\omega t$

s_2 पे, $y_2 = a\cos(\omega t + 5\pi) = -a\cos\omega t$



(a)

$S_1P \sim S_2P = n\lambda$ $\quad(\because n = 0, 1, 2, 3, \dots)$

$S_1P \sim S_2P = (n + \frac{1}{2})\lambda$ $\quad(\because n = 0, 1, 2, 3, \dots)$

(b)

s_1 पे, $y_1 = a\cos\omega t$

s_2 पे, $y_2 = a\cos(\omega t + \phi)$

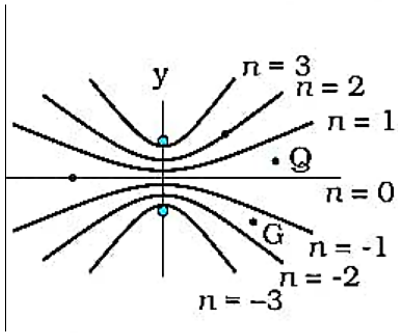
$y = y_1 + y_2 = a[\cos\omega t + \cos(\omega t + \phi)]$

$y = 2a\cos(\phi/2)\cos(\omega t + \phi/2)$

$$I = 4 I_0 \cos^2(\phi/2)$$

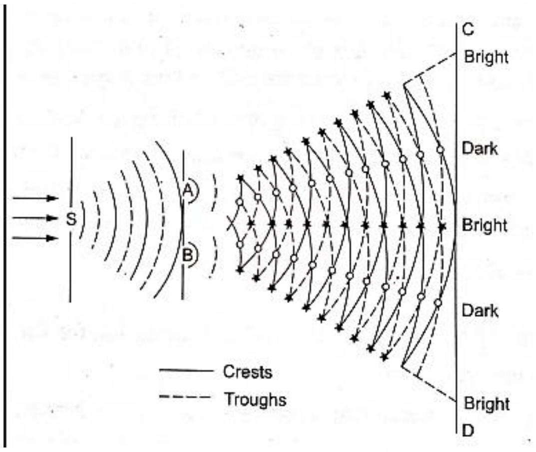
$$\langle I \rangle = 4 I_0 \langle \cos^2(\phi/2) \rangle$$

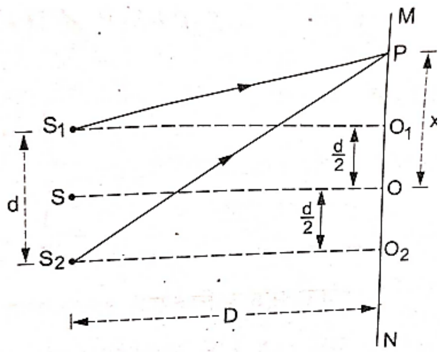
$$I = 2 I_0$$



• यंग का प्रयोग :

एकवर्ण प्रकाश स्त्रोत द्वारा एक संकीर्ण रेखा-छिद्र S को प्रकाशित किया जाता है; S के आगे कुछ दूरी पर एक पर्दा रहता है जिसमें दो रेखा-छिद्र A तथा B रहते हैं। S से आनेवाली प्रकाश तरंगे A और B को भी समान रूप से प्रकाशित करती है। A और B, छिद्र S के समांतर तथा इससे बराबर दूरी पर रहते हैं।





(•) व्यतिकरण फ्रिंज की चौड़ाई का व्यंजक:

अब ΔS_1PO_1 से,

$$S_1P^2 = S_1O_1^2 + O_1P^2 = D^2 + (x - d/2)^2$$

$$S_1P^2 = D^2\left[1 + \frac{(x-d/2)^2}{D^2}\right]$$

$$S_1P = D\left[1 + \frac{(x-d/2)^2}{D^2}\right]^{1/2}$$

$$\simeq D\left[1 + \frac{1}{2}\frac{(x-d/2)^2}{D^2}\right] \quad \left(\because \frac{x-d/2}{D} << 1\right)$$

$$\therefore \quad S_1P = D + \frac{(x-d/2)^2}{2D}$$

इसी प्रकार, ΔS_2PO_2 से,

$$S_2P^2 = S_2O_2^2 + O_2P^2 = D^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2$$

$$S_2P = D + \frac{(x+d/2)^2}{2D}$$

$$\therefore \quad S_2P - S_1P = \left[D + \frac{(x+d/2)^2}{2D}\right] - \left[D + \frac{(x-d/2)^2}{2D}\right]$$

$$= \frac{1}{2D} 4x\frac{d}{2}$$

$$\boxed{S_2P - S_1P = \frac{xd}{D}}$$

(•) बिंदु P पर दीप्त फ्रिंज बनाने के लिए $\Delta p = 2n\frac{\lambda}{2}$ के अनुसार पथांतर को $\frac{\lambda}{2}$ का सम-गुणज होना चाहिए,

$$S_2P - S_1P = \frac{xd}{D} = 2n\frac{\lambda}{2} = n\lambda \qquad (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

$$x = n\frac{\lambda D}{d}$$

$$n=1 \Rightarrow x_1 = \frac{\lambda D}{d} \; ; \; n=2 \Rightarrow x_2 = 2\frac{\lambda D}{d} \; ; \; n=3 \Rightarrow x_3 = 3\frac{\lambda D}{d}$$

$$n=n \Rightarrow x_n = n\frac{\lambda D}{d} \quad ; \quad n=(n+1) \Rightarrow x_{n+1} = (n+1)\frac{\lambda D}{d}$$

$$x_{n+1} - x_n = (n+1)\frac{\lambda D}{d} - n\frac{\lambda D}{d}$$

$$x_{n+1} - x_n = \frac{\lambda D}{d} = \beta \text{ (मान लिया)}$$

(•) बिंदु P पर अदीप्त फ्रिंज बनाने के लिए $\Delta p = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$ के अनुसार पथांतर को $\frac{\lambda}{2}$ का विषमगुणज होना चाहिए

$$S_2P - S_1P = \frac{xd}{D} = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$x = (2n+1)\frac{\lambda D}{2d} \qquad (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

$$n=0 \Rightarrow x_0 = \frac{\lambda D}{2d} \; ; \; n=1 \Rightarrow x_1 = 3\frac{\lambda D}{2d} \; ; \; n=2 \Rightarrow x_2 = 5\frac{\lambda D}{2D}$$

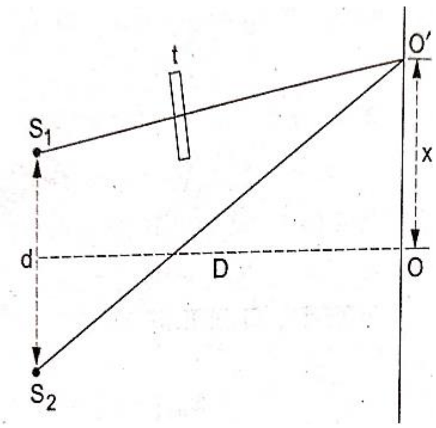
$$n=n \Rightarrow x_n = (2n+1)\frac{\lambda D}{2d} ; n = n+1 \Rightarrow x_{n+1} = (2n+3)\frac{\lambda D}{2d}$$

$$x_{n+1} - x_n = (2n+3)\frac{\lambda D}{2d} - (2n+1)\frac{\lambda D}{2d}$$

$$x_{n+1} - x_n = \frac{\lambda D}{d} = \beta$$

फ्रिंज की चौड़ाई, $\boxed{\beta = \frac{D\lambda}{d}}$

(•) व्यतिकरण पैटर्न का स्थानांतरण:



$$S_2O' - (S_1O - t + \mu t) = 0$$

$$S_2O' - S_1O = (\mu - 1)t$$

$$\frac{dx}{D} = (\mu - 1)t \quad \text{या} \quad x = \frac{(\mu-1)Dt}{d}$$

$$N = \frac{x}{\beta} = \frac{(\mu-1)Dt/d}{D\lambda/d}$$

$$N = \frac{(\mu-1)t}{\lambda} \qquad (\because \beta = D\lambda/d)$$

(•) विवर्तन:

अवरोध के किनारे से प्रकाश-तरंगो के मुड़ने की घटना को प्रकाश का विवर्तन कहा जाता है।
इसे दो वर्गों में बटा गया है:-

- फ्रैनल का विवर्तन
- फ्राउनहोफर का विवर्तन

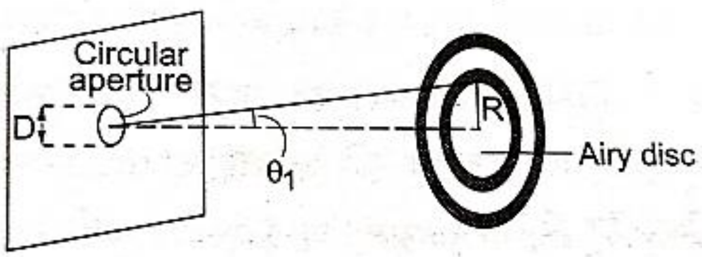
• वृत्ताकार द्वारक द्वारा विवर्तन:

$$\sin\theta_1 = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

$$\sin\theta_1 = \frac{R}{f}$$

$$\frac{R}{f} = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

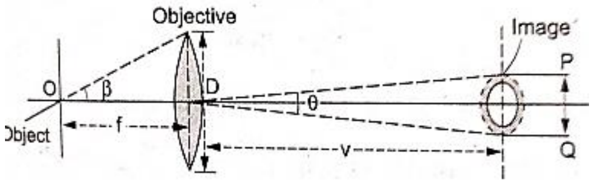
$$R = 1.22\frac{\lambda f}{D}$$



(•) सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता :

$$\tan\beta = \frac{D/2}{f}$$

$$2\tan\beta = \frac{D}{f}$$



$$PQ = v\theta = v\left(\frac{1.22\lambda}{D}\right)$$

$$m = \frac{v}{u} = \frac{v}{f}$$

$$m = \frac{\text{प्रतिबिंब का साइज}}{\text{वस्तु का साइज}} = \frac{v\theta}{y_{min}}$$

$$\frac{v}{f} = \frac{v\theta}{y_{min}}$$

$$y_{min} = \theta f \quad \frac{1.22\lambda f}{D} = \frac{1.22\lambda}{D}\cdot\frac{D}{2\tan\beta}$$

$$y_{min} \approx \frac{1.22\lambda}{2\sin\beta}$$

$$y_{min} = \frac{1.22\lambda}{\mu 2\sin\beta}$$

$$\text{सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता} = \frac{1}{y_{min}} = \frac{2\mu\sin\beta}{1.22\lambda}$$

(•) परावर्तन द्वारा ध्रुवण :

(•) ब्रूस्टर का नियम :

ऐसे विशेष आपतन - कोण को जिसके लिए परावर्तित प्रकाश पूर्णतः समतल - ध्रुवित होता है, ध्रुवण-कोण कहते हैं।

$$\angle SQR = \frac{\pi}{2}$$

$$\angle NQS = \angle NQP = i_p$$

$$i_p + \left(\frac{\pi}{2}\right) + r_p = \pi$$

$$r_p = \frac{\pi}{2} - i_p$$

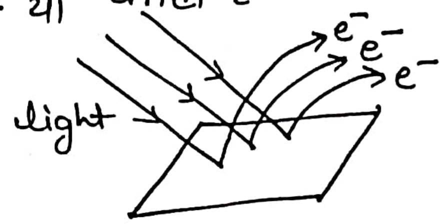
$$\mu = \frac{\sin i_p}{\sin r_p} = \frac{\sin i_p}{\sin(\pi/2 - i_p)} = \frac{\sin i_p}{\cos i_p}$$

$$\boxed{\mu = \tan i_p}$$

विकिरण तथा द्रव्य की द्वैत प्रकृति

प्रकाश के प्रभाव के कारण किसी धातु की सतह से e^- का उत्सर्जित होना प्रकाश वैद्युत प्रभाव कहलाता है।

* यह उत्सर्जित e^- प्रकाशित e^- या फोटो e^- के नाम से जाने जाते हैं।



• **देहली आवृत्ति :**

वह उचित या न्यूनतम आवृत्ति का प्रकाश जो किसी धातु की सतह से e^- उत्सर्जन करा सके उसे देहली आवृत्ति कहते हैं।

* इसे ν_0 से प्रदर्शित करते हैं।
* इसका मान अलग-अलग धातु के लिए अलग-अलग होता है।

→ **देहली तरंगदैर्ध्य :**

देहली आवृत्ति की संगत तरंगदैर्ध्य को देहली तरंगदैर्ध्य कहते हैं।

* इसे λ_0 से प्रदर्शित करते हैं।

• **प्रकाश वैद्युत कार्य फलन :**

उस न्यूनतम ऊर्जा का प्रकाश जो किसी धातु की सतह से प्रकाश e^- उत्सर्जित करा दे। प्रकाश वैद्युत कार्य फलन कहलाता है।

* इसे W से प्रदर्शित करते हैं।
* $\boxed{W = h\nu}$ ⇒ h → प्लांक नियतांक ⇒ $\boxed{h = 6.67 \times 10^{-34}\, J\,sec}$

• निरोधी विभव (cut-off potential):

वह ऋणात्मक विभव जिस पर धातु की प्लेट पर धारा शून्य हो जाए या प्रकाश धारा शून्य हो जाए उसे निरोधी विभव कहते हैं।

* इसे V_0 से प्रदर्शित करते हैं

* $\boxed{E_k = eV_0}$ or $\boxed{\frac{1}{2} mv^2 = eV_0}$

• प्रकाश वैद्युत प्रभाव के नियम:

1) किसी भी धातु की सतह से e^- के उत्सर्जित की दर सतह पर आपतित प्रकाश की तीव्रता के अनुक्रमानुपाती होती है।

2) धातु की सतह से उत्सर्जित e^- की गतिज ऊर्जा प्रकाश की तीव्रता पर निर्भर करती है।

3) धातु की सतह से उत्सर्जित e की गतिज ऊर्जा प्रकाश की आवृत्ती पर भी निर्भर करती है।

4) जब किसी धातु की सतह पर एक निश्चित आवृत्ति से कम आवृत्ति का प्रकाश आपतित कराया जाता है तो धातु की सतह से कोई भी e^- उत्सर्जित नहीं होता। इसका मान अलग-अलग धातु के लिए अलग-अलग होता है। उस आवृत्ति को देहली आवृत्ति कहते हैं।

5) धातु की सतह पर प्रकाश के गिरने व e^- के निकलने (उत्सर्जित) होने में समय पश्चतता नहीं होती है।

• आइन्सटीन का प्रकाश वैद्युत समीकरण:

जब धातु की सतह पर फोटान ऊर्जा ($h\nu$) आपतित

कराते हैं तो यह सम्पूर्ण ऊर्जा e^- को मिल जाती है। वा दो भागों में विभाजित हो जाती है। एक भाग प्रकाश वैद्युत कार्य फलन के रूप में व दूसरा e^- की गतिज ऊर्जा होती है।

$$h\nu = W + E_k$$

$$h\nu = h\nu_0 + E_k$$

$$E_k = h\nu - h\nu$$

$$\boxed{E_k = h(\nu - \nu_0)}$$

$$\boxed{\frac{1}{2} m v_{max.}^2 = h(\nu - \nu_0)}$$

$$\frac{1}{2} m v_{max}^2 = h\left(\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda_0}\right) \quad \left(\because \nu = \frac{c}{\lambda}, \nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}\right)$$

$$\boxed{\frac{1}{2} m v_{max}^2 = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)}$$

• आइन्सटीन के प्रकाश वैद्युत समीकरण से प्रकाश वैद्युत प्रभाव के नियम की व्याख्या :

आइन्सटीन का प्रकाश वैद्युत समीकरण :

$$\boxed{\frac{1}{2} m v_{max}^2 = h(\nu - \nu_0)}$$

आइन्सटीन के इस समीकरण से स्पष्ट है की जब धातु की सतह पर प्रकाश आपतित कराते है तो धातु की सतह से मिलने वाले e^- की दर तीव्रता पर निर्भर करती है।

परन्तु e^- की गतिज ऊर्जा तीव्रता पर निर्भर नहीं करती है।

यही पहला व द्वितीय नियम है।

उत्सर्जित e^- की अधिकतम गतिज ऊर्जा प्रकाश की आवृत्ति पर निर्भर करती है।

यही प्रकाश वैद्युत ऊर्जा का तीसरा नियम है।

यदि आपतित प्रकाश की आवृत्ति (ν) एक निश्चित आवृत्ति (देहली आवृत्ति) (ν_0) से कम है तो कोई भी e^- उत्सर्जित नहीं होगा। क्योंकि गतिज ऊर्जा ऋणात्मक नहीं हो सकती।

यही प्रकाश वैद्युत प्रभाव का चौथा नियम है।

ज्यों ही धातु के पृष्ठ पर प्रकाश आपतित कराते हैं त्यों ही धातु के पृष्ठ से e^- उत्सर्जित होने लगते हैं।

यही प्रकाश वैद्युत प्रभाव का पाँचवा नियम है।

• निरोधी विभव का आपतित प्रकाश की आवृतित के बीच ग्राफ:

आइन्स्टीन का प्रकाश वैद्युत समीकरण

$$E_k = h(\nu - \nu_0)$$

$$\because \quad E_k = eV_0$$

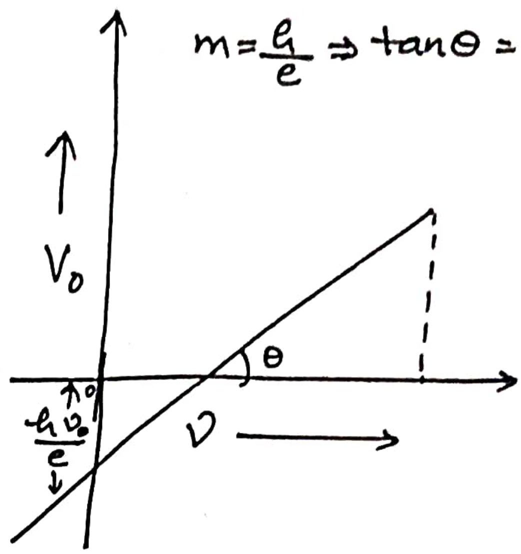
$$eV_0 = h(\nu - \nu_0)$$

$$V_0 = \frac{h}{e}\left(\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda_0}\right) = \frac{h}{e}(\nu - \nu_0)$$

$$\boxed{V_0 = \frac{h}{e}\nu - \frac{h}{e}\nu_0}$$

$$\boxed{y = mx - c}$$

$$m = \frac{h}{e} \Rightarrow \tan\theta = \frac{V_0}{\nu}$$



• द्रव्य कणों की तरंग प्रकृति (डी० ब्राग्ली तरंगदैर्ध्य):

आइन्सटीन का द्रव्यमान ऊर्जा समीकरण:

$$E = mc^2 \quad \text{——— (I)}$$

$$E = h\nu \quad \text{——— (II)}$$

समीकरण (I) वा (II) से

$$mc^2 = h\nu \qquad \left(\nu = \frac{c}{\lambda}\right)$$

$$mc^2 = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$mc = \frac{h}{\lambda}$$

प्रकाश का संवेग $(p = mc)$ / फोटान का संवेग $(p = mc)$

$$\boxed{p = \frac{h}{\lambda}}$$

यदि फोटान के स्थान पर कोई और कण लिया जाए। जैसे e^- जिसी चाल v है।

$$mv = \frac{h}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

$\lambda \rightarrow$ डी० ब्रागली तरंगदैर्घ्य

$\because \quad E_K = \frac{1}{2}mv^2$

$\because \quad E_K = eV$

$\Rightarrow \quad eV = \frac{1}{2}mv^2$

$$v^2 = \frac{2eV}{m}$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}}$$