अध्याय - 1

-: वैद्युत आवेश तथा क्षेत्र :-

वैद्युत आवेश:- वैद्युत आवेश वह गुण है जिससे युक्त वस्तु अन्य वस्तुओं पर वैद्युत बल आरोपित करने लगती है।

चालक तथा विद्युतरोधी:-

चालक:- वे सभी पदार्थ जिसमें आवेश वाहक पर्याप्त संख्या में पाए जाते हैं तथा उनमें धारा प्रवाह सरलता से हो जाता है, चालक कहलाते हैं।

जैसे:- लोहा, ताँबा, चाँदी, ऐलुमिनियम इत्यादि।

विद्युतरोधी:- वे सभी पदार्थ जिनमें आवेश वाहक लगभग नगण्य संख्या में पाए जाते हैं तथा उनमें धारा प्रवाह नहीं होता है, विद्युतरोधी अथवा कुचालक कहलाते हैं।
इन्हें 'परावैद्युत' भी कहते हैं।

जैसे:- रबड़, काँच, अभ्रक, कागज इत्यादि।

प्रेरण विधि द्वारा आवेशन:- किसी आवेशित वस्तु को निकट रखने पर अनावेशित वस्तु के निकटतम पृष्ठ पर विपरित आवेश उत्पन्न होने की प्रक्रिया प्रेरण कहलाती है। तथा आवेशन की यह विधि 'प्रेरण द्वारा आवेशन' कहलाती है।

वैद्युत आवेश के मूल कण:- वैद्युत आवेश मुख्यतः दो प्रकार के होते हैं - धनात्मक और ऋणात्मक अर्थात् धनावेश तथा ऋणावेश तथा इनमें एक दूसरे के प्रभाव को निरस्त करने की प्रवृत्ति होती है।

आवेशों की योज्यता:- यदि किसी निकाय में दो बिन्दु आवेश q_1 तथा q_2 हैं तो निकाय का कुल आवेश q_1 तथा q_2 बीजगणितीय रीति से जोड़ने पर प्राप्त होता है। अर्थात् आवेशों को वास्तविक संख्याओं की भाँति जोड़ा जा सकता है।

आवेश द्रव्यमान की भाँति अदिश राशि है। तथापि आवेश तथा द्रव्यमान में एक अन्तर है किसी वस्तु का द्रव्यमान सदैव धनात्मक होता है जबकि आवेश धनात्मक और ऋणात्मक दोनों।

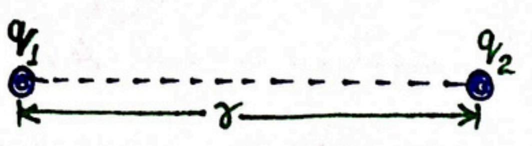
वैद्युत आवेश संरक्षित है:- प्रकृति की किसी भी घटना में ~~जहाँ~~ आवेशों का आदान-प्रदान होता है इसे न तो उत्पन्न किया जा सकता है और न ही नष्ट किया जा सकता है। यह वैद्युत-आवेश 'संरक्षण का नियम' कहलाता है।

वैद्युत आवेश का क्वांटमीकरण:- किसी भी कण, वस्तु अथवा आयन का आवेश e की भिन्न में कभी नहीं होगा अर्थात् वैद्युत आवेश को अनिश्चित रूप से विभाजित नहीं किया जा सकता। आवेश के इस गुण को "आवेश का क्वाण्टीकरण अथवा परमाणुकता" कहते हैं। आवेश की छोटी से छोटी इकाई e है। अतः आवेश e को 'मूल आवेश' कहते हैं।

कूलॉम का नियम:- इस नियम के अनुसार, दो स्थिर बिन्दु-आवेशों के बीच लगने वाला आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण का बल दोनों आवेशों की मात्राओं के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है। यह बल दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश होता है।

यदि बिन्दु आवेश q_1 तथा q_2 एक-दूसरे से r दूरी पर स्थित हों तो उनके बीच लगने वाला वैद्युत बल

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$



अथवा

$$\boxed{F = K\frac{q_1 q_2}{r^2}}$$

RUDRA SCHOOL and INSTITUTE of TECHNOLOGY

जहाँ K अनुक्रमानुपाती नियतांक है।

यदि बिन्दु आवेश निर्वात में स्थित हो तब अनुक्रमानुपाती नियतांक

$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

अतः

$$\boxed{F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} \text{ न्यूटन}}$$

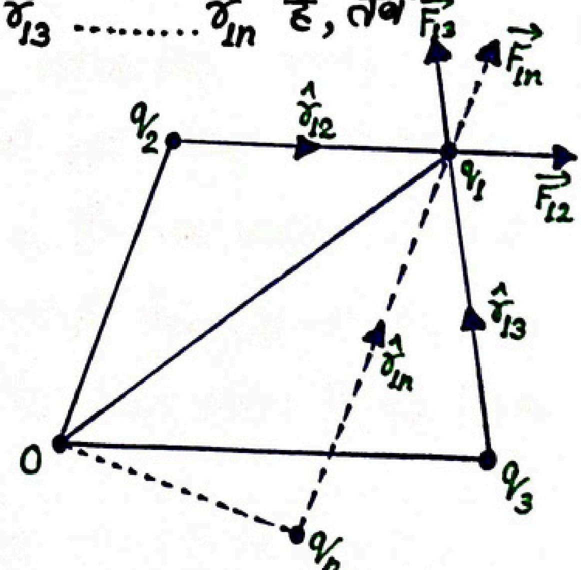
जहाँ,

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = (9.0 \times 10^9) \text{ न्यूटन-मीटर}^2/\text{कूलॉम}^2$$

ε_0 = निर्वात की वैद्युतशीलता

बहुल आवेशों के बीच बल:- यदि किसी निकाय में अनेक आवेश हों, तो उनमें से किसी एक आवेश पर कई अन्य आवेशों के कारण बल उस आवेश पर लगे सभी बलों के वेक्टर योग के बराबर होता है। जो इन आवेशों द्वारा इस आवेश पर एक-एक कर लगाया जाता है। इसे अध्यारोपण का सिद्धांत कहते हैं। किसी एक आवेश पर लगाया गया बल अन्य आवेशों की उपस्थिति के कारण प्रभावित नहीं होता।

माना किसी निकाय में n आवेश $q_1, q_2, q_3 \ldots\ldots q_n$ हैं तथा इसमें q_1 पर वैद्युत बल ज्ञात करना है, $q_2, q_3, \ldots\ldots q_n$ के सापेक्ष आवेश q_1 के स्थिति वेक्टर क्रमशः $\vec{r}_{12}, \vec{r}_{13} \ldots\ldots \vec{r}_{1n}$ हैं, तब



आवेश q_2 के कारण q_1 पर वैद्युत बल

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12}$$

आवेश q_3 के कारण q_1 पर वैद्युत बल

$$\vec{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2}\hat{r}_{13}$$

इसी प्रकार आवेश q_n के कारण q_1 पर वैद्युत बल

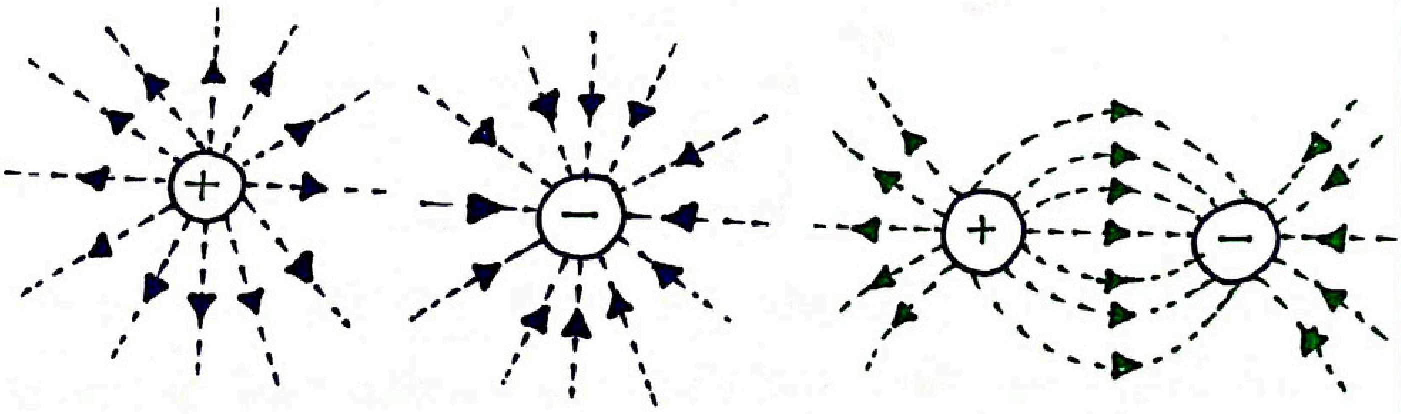
$$\vec{F}_{1n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_n}{r_{1n}^2}\hat{r}_{1n}$$

RUDRA
SCHOOL
and
INSTITUTE
of
TECHNOLOGY

अध्यारोपण के सिद्धान्त के अनुसार सभी आवेशों के निकाय के कारण q_1 पर परिणामी वैद्युत बल

$$\boxed{\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \ldots\ldots\ldots + \vec{F}_{1n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2}\hat{r}_{13} + \ldots\ldots + \frac{q_1 q_n}{r_{1n}^2}\hat{r}_{1n}\right)}$$

<u>विद्युत क्षेत्र:-</u> किसी वैद्युत आवेश अथवा आवेश समुदाय के चारों ओर का वह क्षेत्र जिसमें कोई अन्य आवेश आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण के बल का अनुभव करता है, 'वैद्युत क्षेत्र' अथवा 'वैद्युत बल-क्षेत्र' कहलाता है।

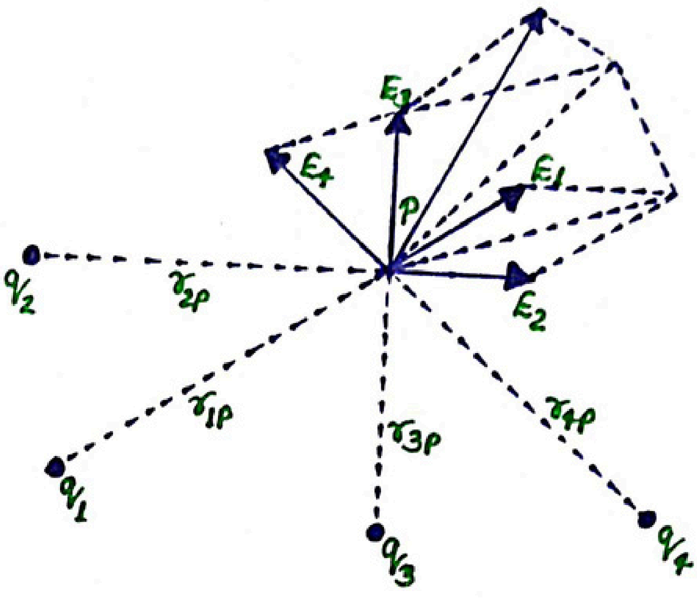


(a) (b) (c)

<u>आवेशों के निकाय के कारण वैद्युत क्षेत्र:-</u> माना किसी निकाय के n आवेश $q_1, q_2 \ldots\ldots\ldots q_n$ हैं जिनके किसी मूल बिन्दु O के सापेक्ष स्थिति सदिश क्रमशः $r_1, r_2, r_3 \ldots\ldots\ldots r_n$ है। तथा एकांक आवेश के कारण $q_1, q_2 \ldots\ldots q_n$ आवेशों की मूल स्थितियाँ विक्षुब्ध नहीं होती। बिन्दु P, जिसे स्थिति सदिश r द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है, पर विद्युत क्षेत्र —

r_1 पर स्थिर आवेश q_1 के कारण अवस्थिति r पर विद्युत क्षेत्र E_1

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{1P}}\hat{r}_{1P}$$



इसी प्रकार, r_2 पर स्थित आवेश q_2 के कारण अवस्थिति r पर विद्युत क्षेत्र E_2

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_{2P}}\hat{r}_{2P}$$

अध्यारोपण सिद्धान्त द्वारा आवेशों के निकाय के कारण r पर वैद्युत क्षेत्र —

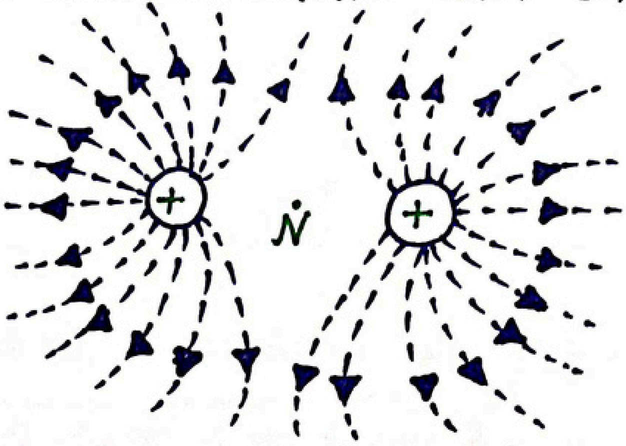
$$E(r) = E_1(r) + E_2(r) + \ldots\ldots + E_n(r)$$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{1P}^2}\hat{r}_{1P} + \frac{q_2}{r_{2P}^2}\hat{r}_{2P} + \ldots + \frac{q_n}{r_{nP}^2}\hat{r}_{nP}\right)$$

$$\boxed{E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_{iP}^2}\hat{r}_{iP}}$$

विद्युत क्षेत्र की भौतिक अभिप्राय :— विद्युत क्षेत्र आवेशों के किसी निकाय के वैद्युत पर्यावरण को अभिलाक्षित करने की सुरुचि सम्पन्न उपाय है। आवेशों के निकाय के चारों ओर के दिक्स्थान में किसी बिन्दु पर कोई विद्युत क्षेत्र यह बताता है कि निकाय को विक्षुब्ध किए बिना यदि इस बिन्दु पर कोई एकांक धनात्मक परिक्षण आवेश रखे तो कितना बल अनुभव करेगा।
विद्युत क्षेत्र एक सदिश राशि है।

वैद्युत क्षेत्र रेखाएँ :- वैद्युत क्षेत्र रेखा वैद्युत क्षेत्र में खींचा गया वह काल्पनिक, निष्कोण वक्र है जिस पर एक स्वतन्त्र व पृथककृत एकांक धन-आवेश चलता है। वैद्युत बल रेखा के किसी भी बिंदु पर खींची गई स्पर्श रेखा उस बिन्दु पर स्थित धन-आवेश पर लगने वाले बल की दिशा को प्रदर्शित करती है।

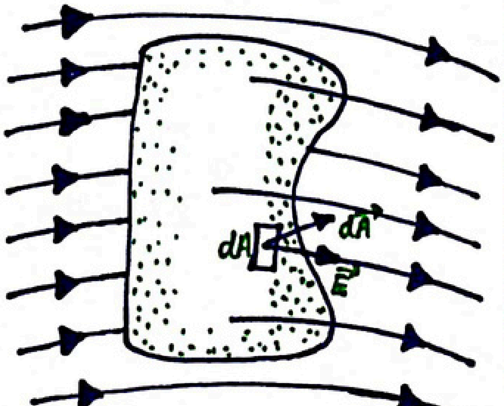


वैद्युत फ्लक्स :- वैद्युत क्षेत्र में स्थित किसी काल्पनिक पृष्ठ पर वैद्युत फ्लक्स, उस पृष्ठ से होकर जाने वाली वैद्युत बल-रेखाओं की संख्या की माप है। इसे ϕ_E से निरुपित करते हैं। यह एक अदिश राशि है।

माना कि पृष्ठ अवयव dA की स्थिति पर वैद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ है। तब स्केलर गुणन $\vec{E}\cdot d\vec{A}$ अवयव से होकर जाने वाला 'वैद्युत फ्लक्स' कहलाता है।

$$\boxed{\phi_E = \int_A \vec{E}\cdot d\vec{A}}$$

जहाँ, $\int_A$ सम्पूर्ण पृष्ठ के लिए समाकल है।



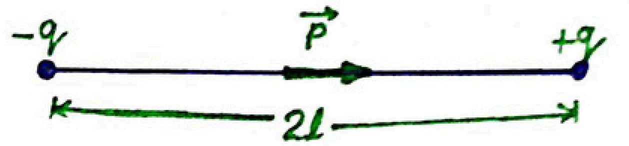
इसी प्रकार, वैद्युत क्षेत्र में किसी पृष्ठ से बद्ध वैद्युत फ्लक्स, उस पृष्ठ पर वैद्युत क्षेत्र के अभिलम्ब घटक के पृष्ठ समाकल के बराबर होता है।

$$\boxed{\phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A}}$$

वैद्युत द्विध्रुव :- वैद्युत द्विध्रुव वह निकाय है जिसमें दो बराबर, परन्तु विपरित प्रकार के बिन्दु आवेश एक-दूसरे से अल्प दूरी पर स्थित होते हैं। किसी एक आवेश तथा दोनों आवेशों के बीच की अल्प दूरी के गुणनफल को "वैद्युत द्विध्रुव का आघूर्ण" कहते हैं।

वैद्युत द्विध्रुव का आघूर्ण एक सदिश राशि है जिसकी दिशा द्विध्रुव की अक्ष के अनुदिश ऋण-आवेश से धन-आवेश की ओर होती है।

$$\boxed{P = q \times 2l = 2ql}$$

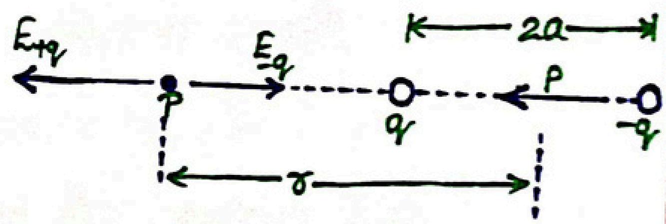


(i) **वैद्युत द्विध्रुव के कारण क्षेत्र :-** किसी व्यापक बिंदु P पर विद्युत क्षेत्र, आवेश $-q$ के कारण P पर विद्युत क्षेत्र E_{-q} तथा आवेश $+q$ के कारण P पर विद्युत क्षेत्र E_{+q} को सदिशों के समांतर-चतुर्भुज नियम द्वारा संयोजित करके प्राप्त किया जाता है।

(a) **अक्ष पर स्थित बिंदुओं के लिए :-**

माना बिंदु P द्विध्रुव के केन्द्र से q की ओर r दूरी पर है, तब

$$E_{-q} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (r+a)^2}\hat{p}$$



यहाँ $\hat{p}$ द्विध्रुव अक्ष के अनुदिश एकांक सदिश है। साथ ही

$$E_{+q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (r-a)^2}\hat{p}$$

P पर कुल क्षेत्र है।

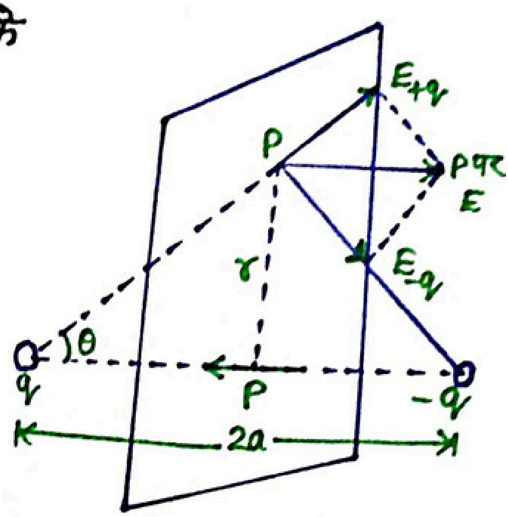
$$E = E_{+q} + E_{-q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(r-a)^2} - \frac{1}{(r+a)^2}\right]\hat{p}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4ar}{(r^2-a^2)^2}\hat{p}$$

$$\boxed{E = \frac{4qa}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\hat{p}} \qquad \{r << a \text{ के लिए}\}$$

(b) विषुवतीय तल पर स्थित बिंदुओं के लिए :—

दो आवेशों +q तथा −q के कारण विद्युत क्षेत्रों के परिमाण



$$E_{+q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2+a^2}$$

$$E_{-q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2+a^2}$$ समान हैं।

चित्रानुसार स्पष्ट है कि द्विध्रुव अक्ष के अभिलंबवत अवयव एक-दूसरे को निरस्त कर देते हैं। द्विध्रुव अक्ष के अनुदिश अवयव संयोजित हो जाते हैं। अतः

$$E = -(E_{+q} + E_{-q})\cos\theta\,\hat{p}$$

$$= -\frac{2pa}{4\pi\varepsilon_0 (r^2+a^2)^{3/2}}\hat{p}$$

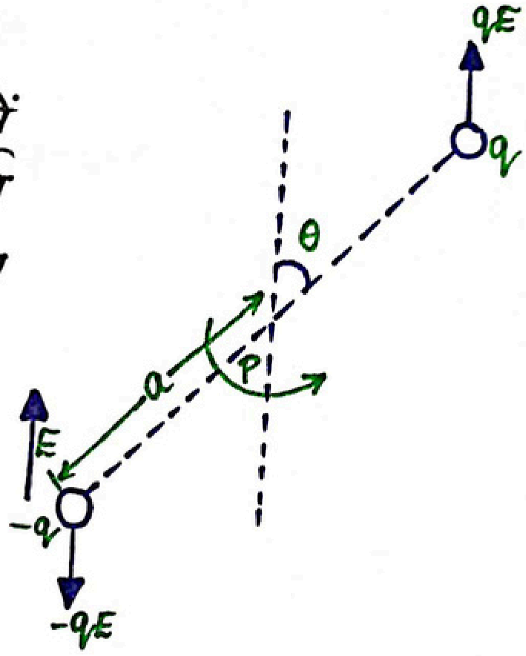
$$\boxed{E = -\frac{2pa}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\hat{p}}$$ {अधिक दूरियों ($r << a$) पर}

(ii) द्विध्रुवों की भौतिक सार्थकता :— अधिकांश अणुओं में धनावेशों तथा ऋणावेशों के केन्द्र एक ही स्थान पर होते हैं। इसीलिए इनके द्विध्रुव आघूर्ण शून्य होते हैं। विद्युत क्षेत्र आरोपित किए जाने पर ये द्विध्रुव आघूर्ण विकसित ~~~~ हो जाते है। परंतु कुछ अणुओं में धनावेशों तथा ऋणावेशों के केन्द्र संपाती नहीं होते। अतः विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिती में भी इनका अपना स्थायी द्विध्रुव आघूर्ण होता है। इस प्रकार के अणुओं को ध्रुवित अणु कहते हैं।

जैसे :— H_2O

एक समान बाह्य क्षेत्र में द्विध्रुव:—

किसी वैद्युत द्विध्रुव को एकसमान वैद्युत क्षेत्र में रखने पर वैद्युत द्विध्रुव पर एक बल-युग्म कार्य करने लगता है। यह बल-युग्म वैद्युत-द्विध्रुव को क्षेत्र की दिशा में संरेखित करने का ~~प्रय~~ प्रयत्न करता है। इसे 'प्रत्यानयन बल-युग्म' कहते हैं।



माना एक वैद्युत द्विध्रुव एकसमान वैद्युत क्षेत्र E में क्षेत्र से θ कोण बनाता है। तथा द्विध्रुव के आवेश $+q$ व $-q$ हैं तथा इनके बीच की दूरी $2a$ हैं।

तब बल आघूर्ण का परिमाण

$$\tau = qE \times 2a \sin\theta$$

$$= 2qaE\sin\theta = pE\sin\theta$$

जहाँ $2qa = p$ (वैद्युत द्विध्रुव का आघूर्ण)

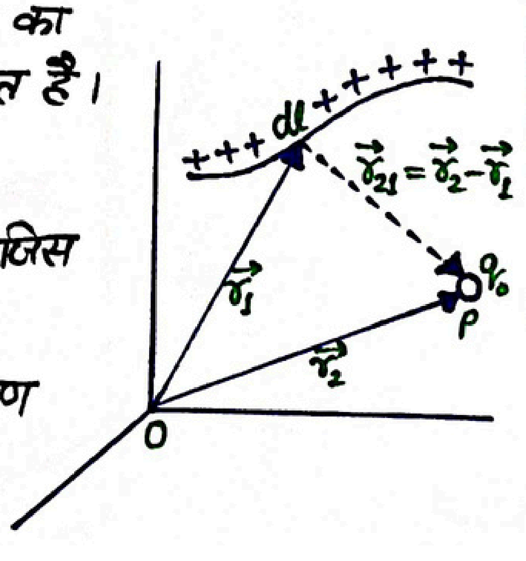
अतः

$$\tau = pE\sin\theta$$

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}}$$

सतंत आवेश वितरण:— सतंत आवेश वितरण तीन प्रकार का होता है, रैखिक आवेश वितरण, पृष्ठीय आवेश वितरण तथा आयतन आवेश वितरण।

(i) **रैखिक आवेश वितरण:—** माना L लम्बाई का एक पतला तार एक समान रुप से आवेशित है। तार पर रैखिक आवेश घनत्व λ है।



माना तार के एक सूक्ष्म अवयव खण्ड dl जिस पर आवेश $dq = \lambda dl$ है। तब कूलॉम के नियमानुसार, आवेश dq के कारण धन परिक्षण-आवेश q_0 पर लगने वाला बल

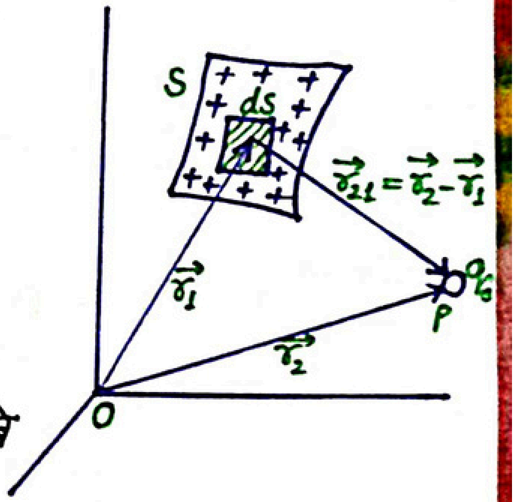
$$d\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0\, dq}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0} \frac{(\lambda\, dl)}{r_{21}^2} \hat{r}_{21}$$

RUDRA
SCHOOL
and
INSTITUTE
of
TECHNOLOGY

अतः सम्पूर्ण रैखिक आवेश के कारण q_0 पर बल

$$\boxed{\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0} \int_L \frac{\lambda\, \hat{r}_{21}}{r_{21}} dl}$$

(ii) पृष्ठ आवेश वितरण :- यदि किसी पृष्ठ पर आवेश सतत रुप से वितरित है, जिसका पृष्ठ आवेश घनत्व σ है तब पृष्ठ के आति सूक्ष्म पृष्ठ अवयव dS पर आवेश



$$dq = \sigma dS$$

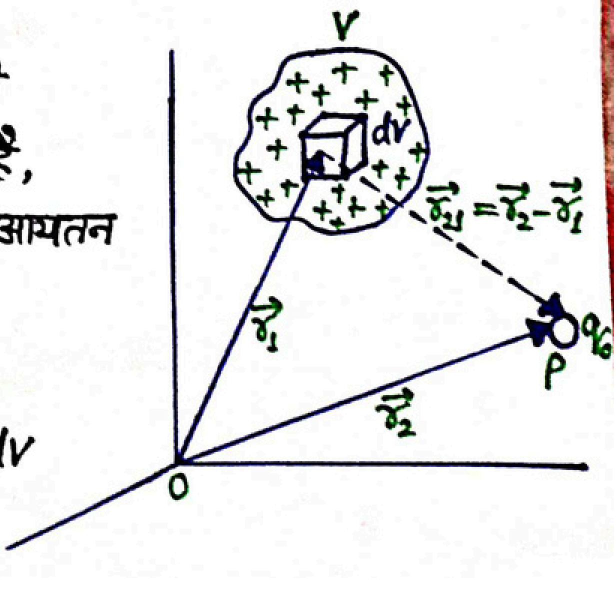
तब कूलॉम के नियमानुसार, पृष्ठ अवयव dS पर आवेश dq के कारण बिन्दु P पर रखे धन परिक्षण आवेश q_0 पर लगने वाला बल

$$d\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0(\sigma dS)}{r_{21}^2} \hat{r}_{21}$$

सम्पूर्ण पृष्ठ आवेश के कारण $+q_0$ पर कुल ~~आवेश~~ बल

$$\boxed{\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0} \int_S \frac{\sigma\, \hat{r}_{21}}{r_{21}^2} dS}$$

(iii) आयतन आवेश वितरण :— यदि किसी आयतन पर आवेश सतत रुप से वितरित है, जिसका आयतन आवेश घनत्व ρ है तब आयतन के अतिसूक्ष्म अवयव dV पर आवेश



$$dq = \rho dV$$

कूलॉम के नियमानुसार आयतन अवयव dV पर आवेश dq के कारण बिन्दु P पर रखे

धन परीक्षण - आवेश q_0 पर लगने वाला बल

$$d\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 (\rho dV)}{r_{21}^2} \hat{r}_{21}$$

सम्पूर्ण आयतन आवेश के कारण $+q_0$ पर कुल बल

$$\boxed{\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \frac{\rho \hat{r}_{21}}{r_{21}^2} dV}$$

गौस का नियम :- गौस के अनुसार, किसी बन्द पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स ϕ_E, उस पृष्ठ द्वारा परिबद्ध कुल आवेश का $1/\varepsilon_0$ गुना होता है।

यदि किसी बन्द पृष्ठ A से परिबद्ध आवेश q है, तो इससे निर्गत कुल वैद्युत फ्लक्स

$$\boxed{\phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

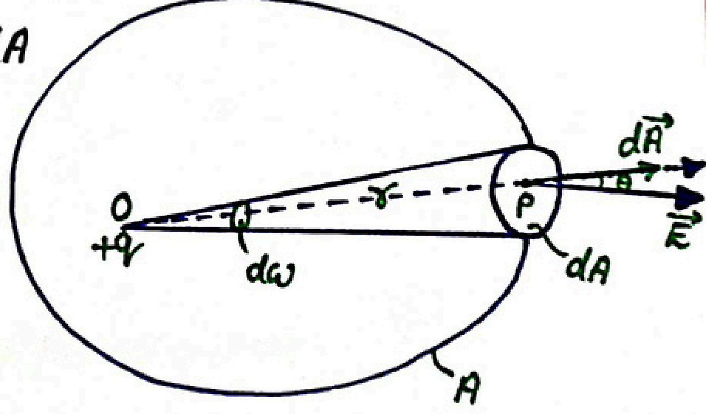
परन्तु बन्द पृष्ठ A से बद्ध वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

अतः

$$\boxed{\phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

उपपत्ति :- माना बिन्दु O पर स्थित आवेश $+q$ के कारण, बिन्दु P पर वैद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ है जो OP के अनुदिश है। क्षेत्रफल अवयव dA से गुजरने वाला बाहर की ओर को दिष्ट वैद्युत फ्लक्स



$$d\phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A} = E\,dA\cos\theta$$

$$\because \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

अतः $$d\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dA\cos\theta}{r^2}$$

परन्तु $\frac{dA\cos\theta}{r^2} = d\omega$ (घनकोण)

$$d\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\omega$$

सम्पूर्ण पृष्ठ A से बाहर की ओर जाने वाला कुल फ्लक्स

$$\phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint d\omega$$

परन्तु $\oint d\omega = 4\pi$ (सम्पूर्ण पृष्ठ पर आन्तरित घन कोण)

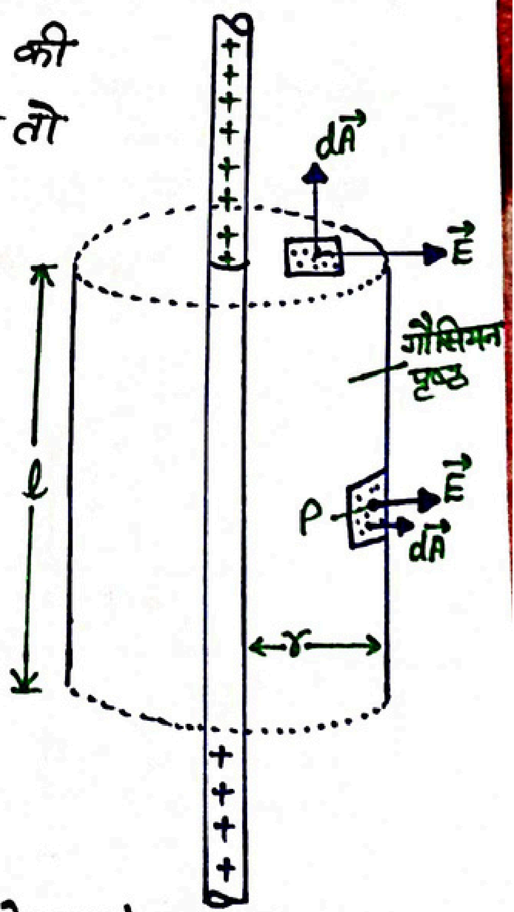
अतः

$$\boxed{\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}}$$

गौस नियम के अनुप्रयोगः—

(i) अनंत लम्बाई के एक समान आवेशित सीधे तार के कारण विद्युत क्षेत्रः— यदि कोई आवेश q लम्बाई l की किसी रेखा पर एक समान रूप से वितरित हो तो आवेशित रेखा पर आवेश का रेखीय घनत्व

$$\lambda = \frac{q}{l}$$



तथा क्षेत्रफल-अवयव dA से होकर जाने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$d\phi_E = \vec{E}\cdot d\vec{A} = EdA\cos 0 = EdA$$

अतः गौसियन पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = \int_A \vec{E}\cdot d\vec{A} = \int_A EdA = E\int_A dA$$

परन्तु $\int_A dA = 2\pi r l$ (बेलन के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल)

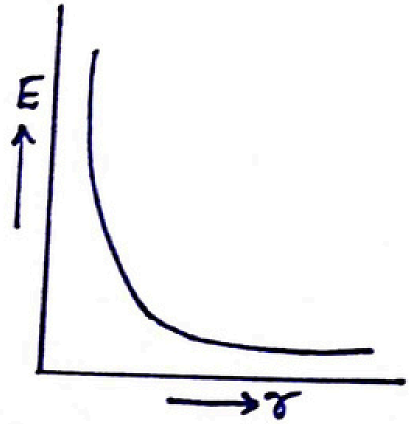
$$\phi_E = (2\pi r l)E \quad \ldots\ldots\ldots (i)$$

गौस प्रमेय से, $\phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$ जहाँ $q = \lambda l$

अतः

$$\phi_E = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0} \quad \ldots\ldots\ldots (ii)$$

समी. (i) और (ii) की तुलना करने पर,



$$E(2\pi r l) = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0}$$

या

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2\lambda}{r}}$$

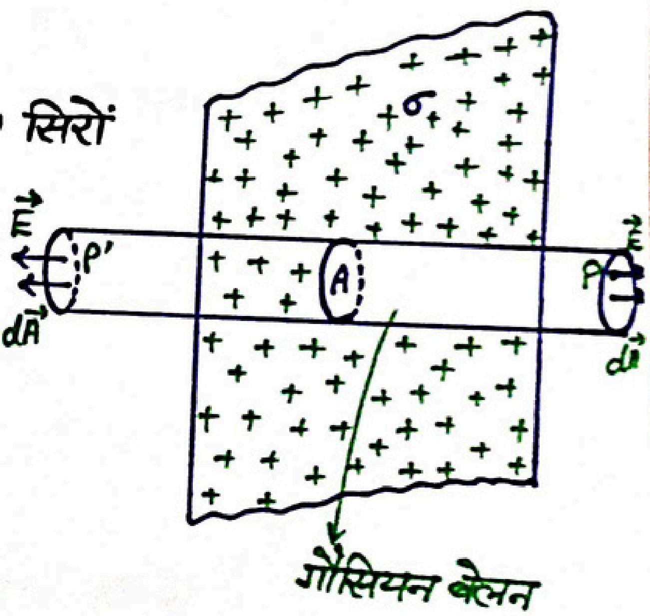
अर्थात् रेखीय आवेश के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता (E) रेखीय आवेश से बिन्दु की दूरी (r) के व्युत्क्रमानुपाती होती है तथा इसकी दिशा रेखीय आवेश के लम्बवत् बाहर की ओर होती है।

(ii) एक समान आवेशित अनंत समतल चादर के कारण विद्युत क्षेत्र :-

यदि कोई आवेश q किसी पृष्ठ के क्षेत्रफल A पर समान रूप से वितरित हो तो आवेशित पृष्ठ पर आवेश का पृष्ठ घनत्व

$$\sigma = \frac{q}{A}$$

वैद्युत क्षेत्र $\vec{E}$, गौसियन बेलन के समतल सिरों के लम्बवत् तथा वक्रीय पृष्ठ के समान्तर है अतः बेलन के दोनों सिरों से होकर जाने वाला वैद्युत फ्लक्स



$$\phi_E = \int_A \vec{E}\cdot d\vec{A} + \int_A \vec{E}\cdot d\vec{A}$$

$$\phi_E = \int_A E\,dA + \int_A E\,dA = EA + EA$$

$$\phi_E = 2EA \quad \ldots\ldots\ldots (i)$$

परन्तु गौस प्रमेय से, $\phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$ जहाँ $q = \sigma A$

अत:

$$\phi_E = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \quad \text{.........(ii)}$$

समी (i) तथा (ii) की तुलना करने पर

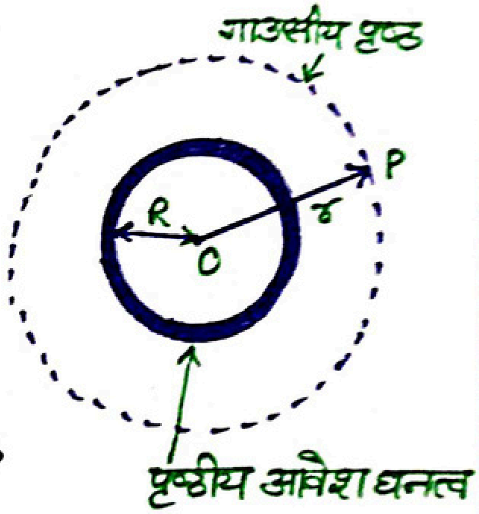
$$2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

(iii) एक समान आवेशित पतले गोलीय खोल के कारण विद्युत क्षेत्र:-

माना R त्रिज्या के पतले गोलीय खोल का एक समान पृष्ठीय आवेश घनत्व σ है तब किसी बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र केवल r पर निर्भर करता है।

(a) खोल के बाहर विद्युत क्षेत्र:-



खोल के बाहर ध्रुवांतर r के किसी बिन्दु P पर E का परिकलन करने हेतु बिंदु P से गुजरने वाले गोले को गाउसीय पृष्ठ मानते हैं। जिसमें प्रत्येक बिन्दु पर E तथा ΔS समांतर हैं। तथा प्रत्येक अवयव से गुजरने वाला फ्लक्स $E\Delta S$ है। गाउसीय पृष्ठ से गुजरने वाला फ्लक्स $E \times 4\pi r^2$ है। परिबद्ध आवेश $\sigma \times 4\pi R^2$ है। अत: गाउस नियम से,

$$E \times 4\pi r^2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} 4\pi R^2$$

$$E = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}$$

$$\boxed{E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}}$$

यहाँ $q = 4\pi R^2 \sigma$ गोलीय खोल का कुल आवेश है।

(ii) खोल के भीतर विद्युत क्षेत्र:—

चित्रानुसार, बिन्दु P खोल के भीतर है इस प्रकरण में गाउसीय पृष्ठ से गुजरने वाला फ्लक्स $E\times4\pi r^2$ है।

तथा गाउसीय पृष्ठ में कोई आवेश परिबद्ध नहीं है तब गाउस के नियमानुसार

$$\cancel{E\times4\pi r^2}$$

$$E\times4\pi r^2=0$$

$$\boxed{E=0}$$

अर्थात् एकसमान आवेशित पतले गोलीय खोल के कारण उसके भीतर स्थित सभी बिन्दुओं पर विद्युत क्षेत्र शून्य है।